

Univerzálny motor napájaný triakom - matematický model s využitím komplexých Fourierových radov

Kaňuch Ján · Elektrotechnika, Strojárstvo

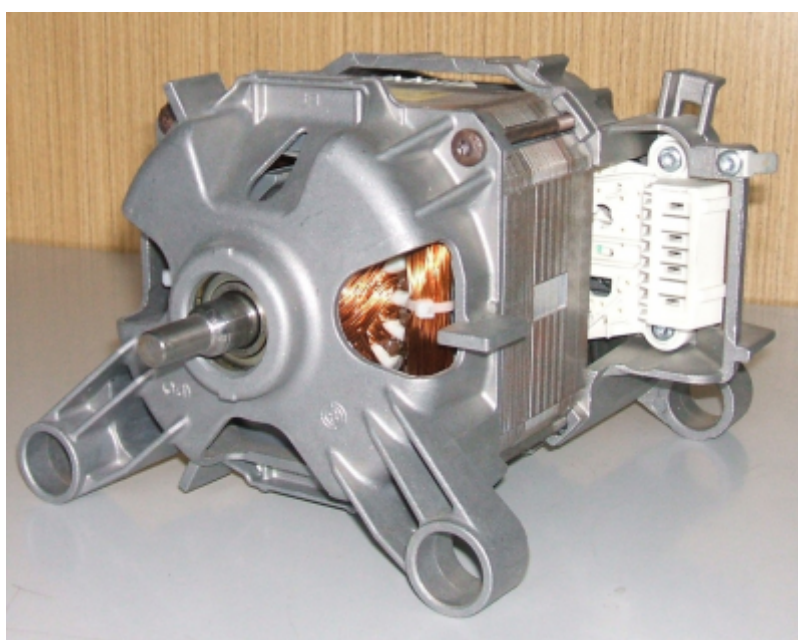
18.03.2013



V tomto príspevku je prezentovaná analytická metóda výpočtu priebehov krútiaceho momentu a prúdu univerzálneho motora, ktorý je napájaný triakom priamo z napájacej siete. Priebeh výstupného napätia triaku je vyjadrený pomocou komplexných Fourierových radov. Vo výpočte je zahrnutá aj reakcia kotvy motora. Výpočty boli robené s parametrami obvodu a motora, ktoré boli zistené meraním na konkrétnom motore. Vypočítaný tvar priebehu napájacieho napätia a prúdu motora boli porovnané s nameranými priebehmi.

Úvod

Univerzálne motory patria k najviac používaným elektrickým strojom v domácich elektrospotrebičoch a v dielenskom ručnom náradí. Vďaka ich výborným regulačným vlastnostiam sú univerzálne motory veľmi často použité aj ako pohonné motory pračiek. Mnohostranné využitie univerzálnych motorov je dané aj skutočnosťou, že tieto motory môžu byť napájané nielen striedavým, ale aj jednosmerným napätím. V oboch prípadoch je rýchlosť motora riadená veľkosťou napájacieho napätia.



Obr.1 Konštrukcia univerzálneho motora používaného pre pohon práčky

Hlavné výhody univerzálneho motora môžeme v stručnosti zhrnúť do týchto bodov:

- ekonomická a plynulá regulácia otáčok v širokom rozsahu,
- jednoduché spúšťanie, veľký záberový moment a malý záberový prúd,
- dobrý účinník.

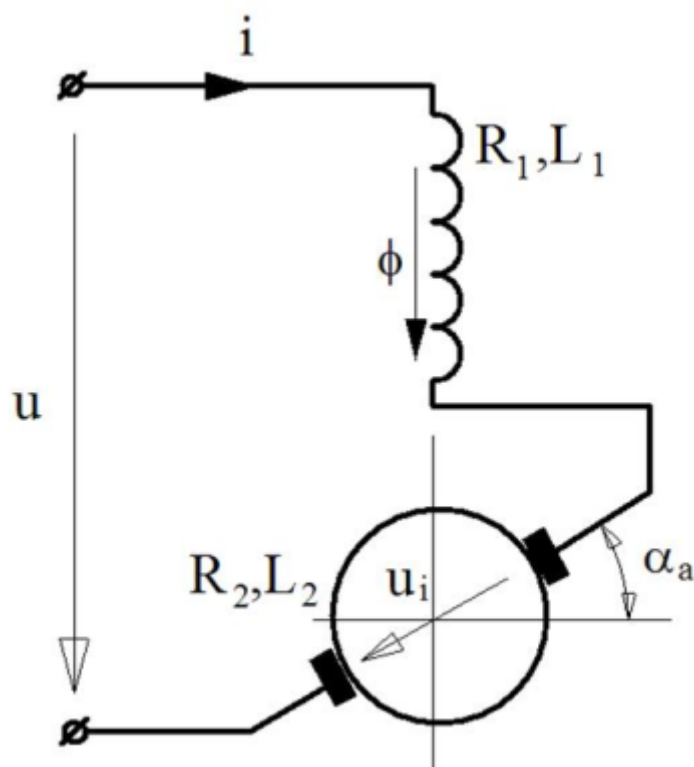
Malé univerzálne motory sú vyrobené bez kompenzačného a bez komutačného vinutia. Stator má väčšinou dva vyjadrené póly na ktorých je umiestnené budiace vinutie. Počet kief dosadajúcich na komutátor sa rovná počtu pólov budiaceho vinutia. Pretože magnetické pole stroja je striedavé, tak magnetický obvod motora je vyrobený z elektrotechnických plechov. Statorové a rotorové vinutie motora sú zapojené do série.

1. Matematický model motora

Matematická analýza univerzálneho motora je urobená na základe napäťových rovníc za určitých zjednodušujúcich predpokladov [1]:

- mechanické straty a straty v železe sú zanedbané,
- vplyv komutácie je zanedbaný a predpokladá sa ideálna komutácia,
- predpokladá sa, že vzájomná indukčnosť je konštantná a je zanedbaný vplyv saturácie.

Na obr.2 je znázornený náhradný obvod dvojpólového univerzálneho motora. Motor má dve kefy umiestnené na priemere komutátora, ktoré sú od osi budiaceho magnetického toku pootočené o uhol α_a . Rotor sa otáča mechanickou uhlovou rýchlosťou ω_m .



Obr.2 Náhradný obvod univerzálneho motora

Predpokladajme, že motor je napájaný striedavým napätím u . V takomto prípade napäťová rovnica môže byť napísaná v uvedenom tvare:

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + u_i \quad (1)$$

Pre vnútorné napätie kotvy, platí nasledujúca všeobecná rovnica :

$$u_i = M \frac{di}{dt} \sin(\alpha_a) - M \omega_m \cos(\alpha_a) \quad (2)$$

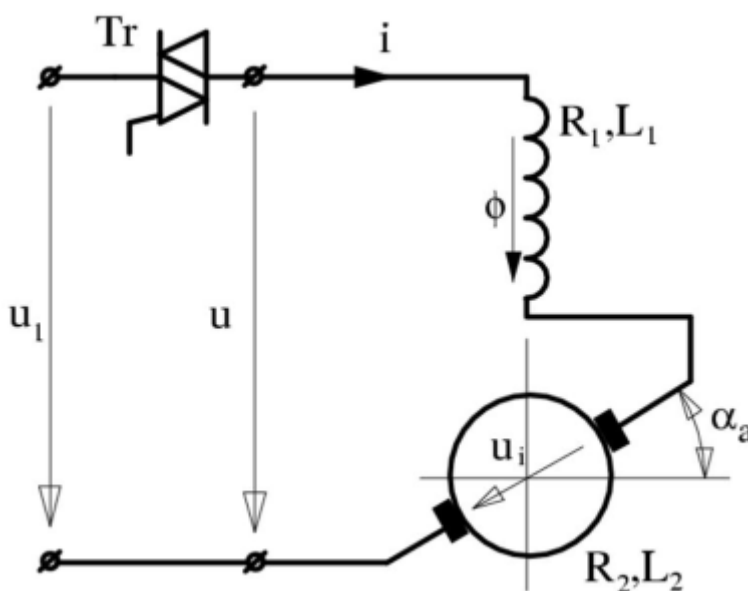
kde M - je vzájomná indukčnosť medzi satorom a rotorom. Okamžitá hodnota indukovaného elektromagnetického momentu je daná rovnicou:

$$u_i = Mi^2 \cos(\alpha_a) \quad (3)$$

2. Mathematický model meniča s triákom

Na obr. 3 je zobrazený pohon s univerzálnym motorom, ktorý je riadený triakom [3], [4]. Predpokladajme, že napájacie napätie je čisto sínusové a je popísané rovnicou:

$$u_1 = U_m \sin(\theta) = U_m \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j} \quad (4)$$



Obr.3 Pohon s univerzálnym motorom riadený triakom

Fázový uhol riadenia triaku môže byť využitý pre riadenie rýchlosti motora, ako je to ukázané na obr. 3. Zopnutie triaku v každej polperióde je oneskorené riadiacim uhlom α . Predpokladáme, že motor ako záťaž má ohmicko-induktívny charakter. Pre takúto záťaž prúd kvôli indukčnosti tečie aj po prechode napätia nulou. Triak sa uzatvorí až po prerušení prúdu. Uhol vypnutia triaku je označený ako uhol β . Výstupné napätie triaku môže byť vyjadrené v tvare komplexného Fourierovho radu:

$$u = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\theta} \quad (5)$$

kde c_k je Fourierov koeficient, ktorý je pre riadenie triaku definovaný v tvare:

$$c_k = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} u_1 e^{-jk\theta} + \frac{1}{2\pi} \int_{\pi+\alpha}^{\pi+\beta} u_1 e^{-jk\theta} \quad (6)$$

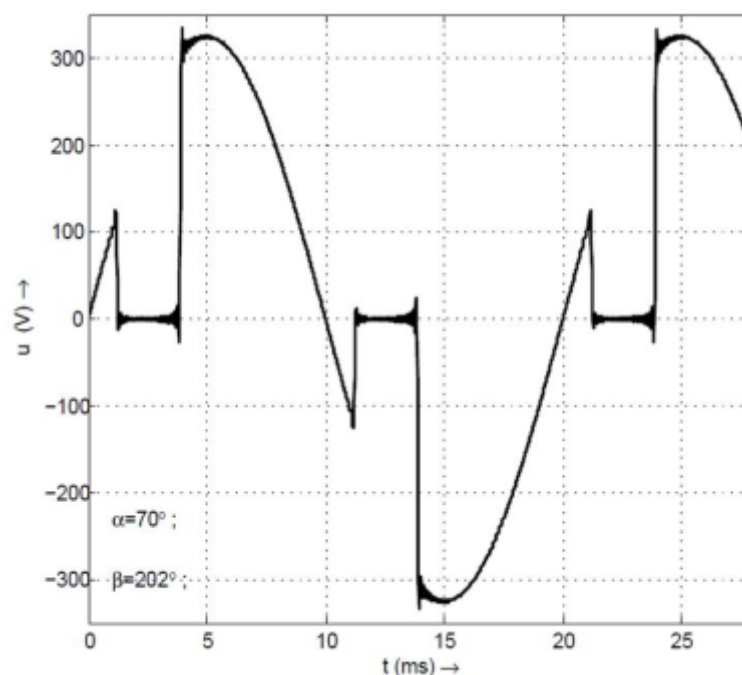
Po výpočte získame pre Fourierov koeficient nasledujúcu rovnicu:

$$c_k = \frac{U_m}{4\pi} \left\{ \frac{1}{1-k} \left[e^{-j\alpha(1-k)} - e^{-j\beta(1-k)} \right] + \frac{1}{1+k} \left[e^{-j\alpha(1+k)} - e^{-j\beta(1+k)} \right] \right\} \quad (7)$$

pre $k \neq \pm 1$,

$$c_k = \frac{U_m}{4\pi} \left[j(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} (e^{-j2\alpha} - e^{-j2\beta}) \right] \quad (8)$$

pre $k \neq \pm 1$. Na obr.4 je zobrazený typický priebeh výstupného napätia triaku. Priebeh napätia bol vypočítaný na základe komplexného Fourierovho radu, ktorý je odvodený vyššie.



Obr.4 Vypočítaný priebeh výstupného napätia triaku

3. Výpočet prúdu a elektromagnetického momentu motora

Na určenie tvaru priebehu prúdu motora, potrebujeme vyriešiť rovnicu (1). Po substitúcii (2) a (4) do (1) dostaneme rovnicu:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\theta} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [(R + M\omega_m \sin(\alpha_a)) i + (L - M \cos(\alpha_a)) j\omega k i] \quad (9)$$

Diferenciálna rovnica (9) má nasledovné analytické riešenie:

$$i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{c_k e^{jk\theta}}{(R + M\omega_m \sin(\alpha_a)) + j\omega k (L - M \cos(\alpha_a))} \quad (10)$$

Okamžitá hodnota vnútorného elektromagnetického momentu je daná rovnicou (3).

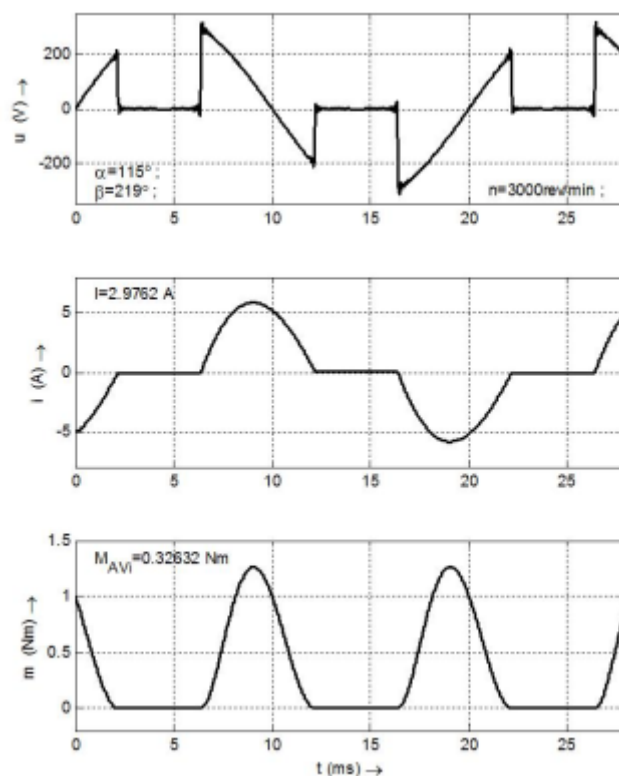
4. Výsledky výpočtov a ich porovnanie s experimentálnymi údajmi

Za účelom porovnania výsledkov, ktoré sme získali z matematických modelov stroja a triaku s nameranými hodnotami, boli pri výpočtoch použité nasledovné parametre motora, ktoré sú uvedené v tabuľke 1.

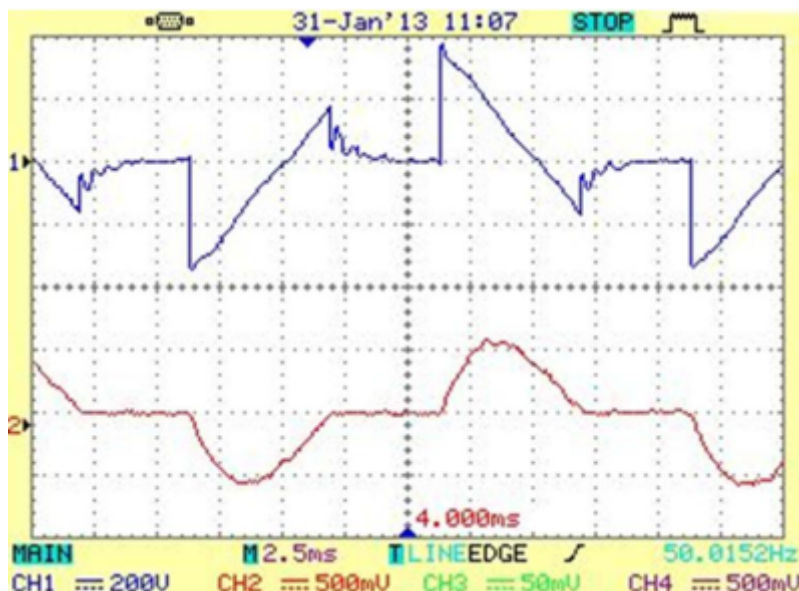
Tabuľka 1 Hlavné parametre univerzálneho motora

Parameter	Hodnota
Nominálny výkon motora	800W/230V - 50Hz
Odpor statora	1.61 Ω
Indukčnosť statora	71.4mH
Odpor rotora	3.04 Ω
Indukčnosť rotora	20.7mH
Vzájomná indukčnosť	63.1mH

Použitím rovníc z predchádzajúcich častí boli vypočítané priebehy napájacieho napätia, prúdu motora a elektromagnetického momentu. Motor sa točil konštantnou rýchlosťou a bol zaťažený konštantným momentom. Na základe literatúry [2] bol zvolený uhol reakcie kotvy $\alpha_a = 15^\circ$. Na obr. 5 a obr. 6 sú zobrazené vypočítané a namerané priebehy v ustálenom stave pri rýchlosti motora 3000 ot./min. a uhle zopnutia tyristora $\alpha_a = 115^\circ$.

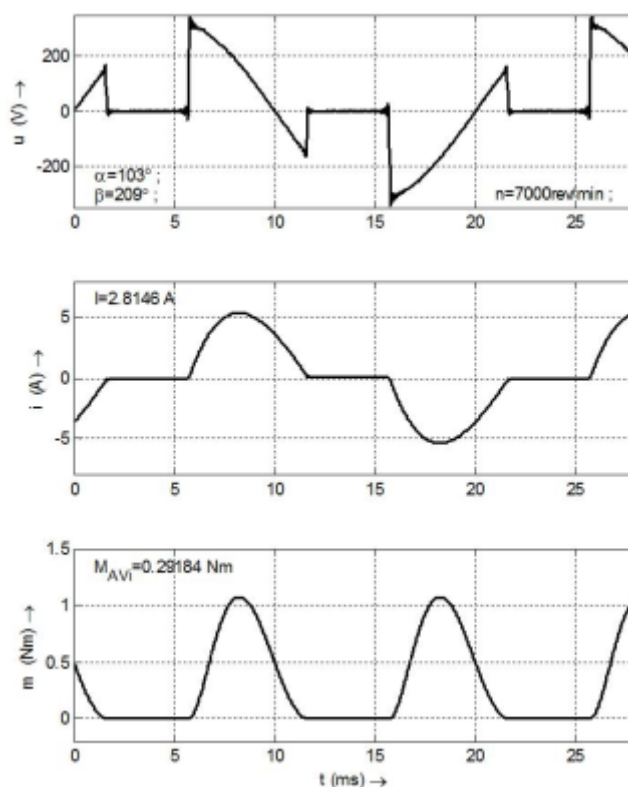


Obr.5 Vypočítané veličiny motora pri 3000 ot./min. a $\alpha_a = 115^\circ$

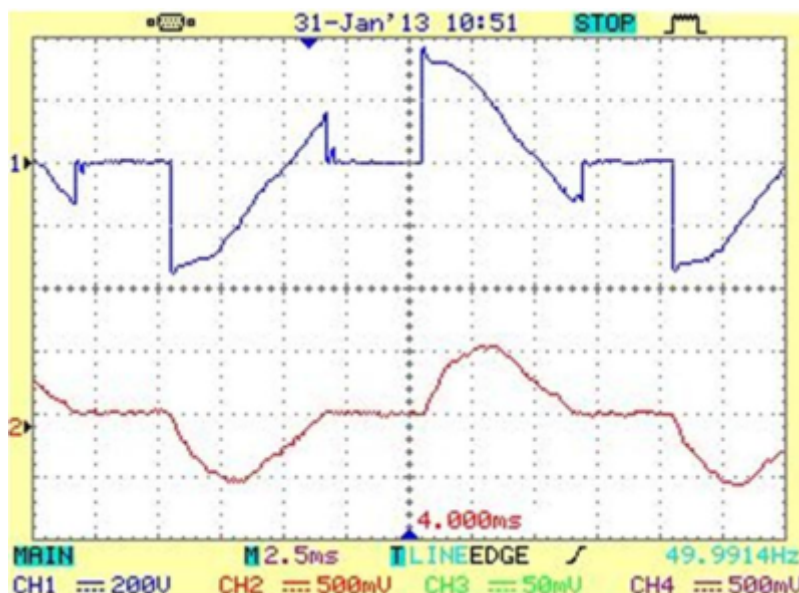


Obr.6 Namerané veličiny motora pri 3000 ot./min. a $\alpha_a = 115^\circ$

Ak porovnáme výpočet s meraním, tak vypočítaná efektívna hodnota prúdu univerzálneho motora je $I=2,976$ A a nameraná hodnota je 2,98 A. Vypočítaná stredná hodnota momentu motora je $M_{AVI}=0,32$ Nm a nameraná hodnota je 0,31 Nm. Pre potvrdenie správnosti výpočtov sú na obr. 7 a obr. 8 zobrazené vypočítané a namerané priebehy v ustálenom stave pri rýchlosti motora 7000 ot./min. a uhle zopnutia tyristora $\alpha_a = 103^\circ$.

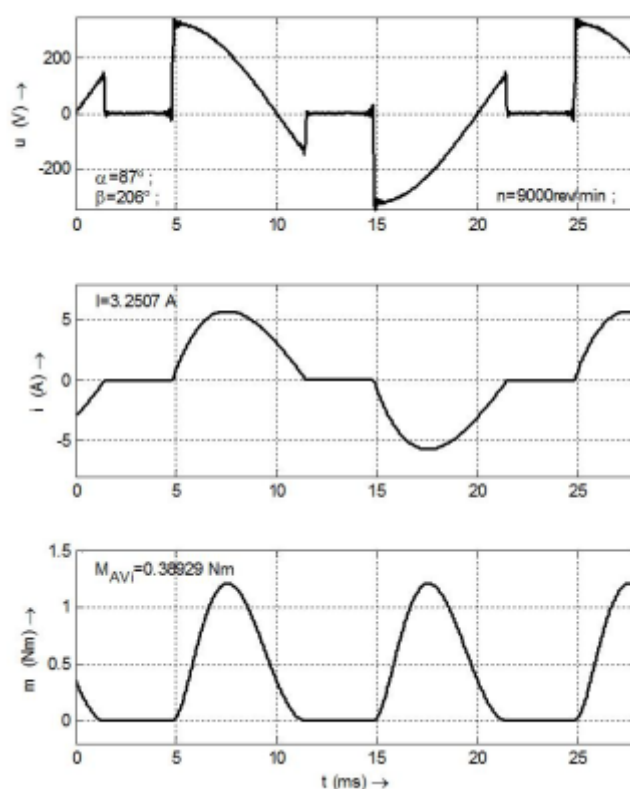


Obr.7 Vypočítané veličiny motora pri 7000 ot./min. a $\alpha_a = 103^\circ$

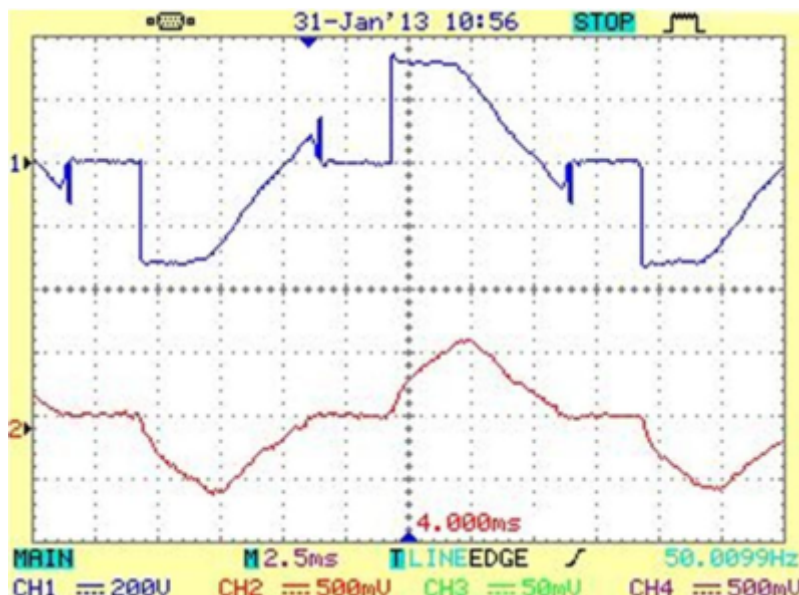


Obr.8 Namerané veličiny motora pri 7000 ot./min. a $\alpha_a = 103^\circ$

V tomto prípade, ak porovnáme výpočet s meraním, tak vypočítaná efektívna hodnota prúdu motora je $I=2,814$ A a nameraná hodnota je 2,80 A. Vypočítaná stredná hodnota momentu motora je $M_{AVI}=0,29$ Nm a nameraná hodnota je 0,28 Nm. Na nasledujúcich dvoch obrázkoch, teda na obr. 9 a obr. 10, sú pre overenie správnosti výpočtov zobrazené vypočítané a namerané priebehy v ustálenom stave aj pri vyššej rýchlosti motora, čiže pri 9000 ot./min. a uhle zopnutia tyristora $\alpha_a = 87^\circ$. Aj v tomto prípade, ak porovnáme výpočet s meraním, tak vypočítaná efektívna hodnota prúdu motora je $I=3,25$ A a nameraná hodnota je 3,21 A. Vypočítaná stredná hodnota momentu motora je $M_{AVI}=0,389$ Nm a nameraná hodnota je 0,379 Nm, čo v podstate tak, ako v predchádzajúcich dvoch prípadoch, nám s dostatočnou presnosťou tiež potvrdilo správnosť analytického výpočtu.



Obr.9 Vypočítané veličiny motora pri 9000 ot./min. a $\alpha_a = 87^\circ$



Obr.10 Namerané veličiny motora pri 9000 ot./min. a $\alpha_a = 87^\circ$

5. Záver

V tomto príspevku je popísaná analytická metóda pre modelovanie činnosti univerzálneho motora v ustálenom stave, napájaného jednofázovým napätím, hodnota ktorého je regulovaná triakom. Uvedená metóda pri výpočte výstupného napätia triaku, prúdu a momentu motora využíva komplexné Fourierové rady. Výpočet napájacieho napätia, prúdu a momentu motora uvedenou metódou bol kontrolovaný meraním na reálnej vzorke motora. Vypočítaný priebeh napájacieho napätia a prúdu motora sa len veľmi málo odlišuje od osciloskopicky nameraných priebehov. Rozdiel v momente motora, ktorý je nameraný a vypočítaný je maximálne 0,01 Nm (t.j. 3%), čo v podstate tiež potvrdilo správnosť analytického výpočtu.

Podakovanie



Európska únia
Európsky fond regionálneho rozvoja



Operačný program
VÝSKUM a VÝVOJ

Podporujeme výskumné aktivity na Slovensku/ Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ. Tento článok bol vypracovaný v rámci projektu "Centrum excelentnosti integrovaného výskumu a využitia progresívnych materiálov a technológií v oblasti automobilovej

elektroniky", ITMS 26220120055. (100%)

Literatúra

1. Zásalický P., Zásalická M.: Analytical method of calculation torque ripple of a universal motor supplied by an IGBT chopper. Acta Technica, No.55, pp.275-286, 2010, Prague, Czech republic.
2. Ferková Ž., Fedor J., Dupej J.: Influence of magnetic field distribution on commutation of one phase commutator motor; Praxis of the Electrical Engineering, 1-2, pp.44-45, 2004, Bratislava, Slovakia.
3. Zásalická M., Zásalický P., Beňová M., Mah-mud A.R., Dobrucký B.: Analysis of complex time function of converter output quantities using complex Fourier transform/ series; Communications- Scientific letters of the University of Žilina, pp. 23-30, vol.12, No.1 2010, Žilina, Slovakia

4. Štěpina J.: Symmetrical Components in Rotating Electrical Machines Theory; Academia, Prague 1968 (in Czech).
5. Takeuchi T.J.: Theory of SCR Circuit and Application to Motor Control. Electrical Engineering College Press, Tokyo 1968.
6. Lander C.V.: Power electronics. McGraw-Hill Publishing, 3rd edition, London - New York, 1993
7. Chatelain J.: Machines électriques; Traité d'électricité de L'École polytechnique fédérale de Lausanne, vol. X., Lausanne 1983, Suisse.

Spoluautorom článku je Prof. Ing. Pavel Záskalický, PhD., Katedra elektrotechniky a mechatroniky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Technická Univerzita v Košiciach
