

5. Matlab - matematické operácie s maticami

Foltin Martin · MATLAB/Comsol

29.05.2009



V predošlej časti sme sa bavili o definovaní premennej v ktorej je uložená matica, ukázali sme si ako sa dostaneme k jednotlivým prvkom, alebo submaticiam. Vieme už aj ako zistiť rozmer matice, alebo vektora. Tým sme si pripravili základnú bázu vedomostí na to, aby sme mohli začať robiť matematické operácie s maticami. V dnešnej časti sa sústredíme na elementárne operácie, ktoré Matlab obsahuje a sú často využívané.

Najskôr si definujme maticu, ktorú budeme využívať v príkladoch (matica je náhodne zvolená).

```
>> A=[2 4 3; 9 1 5; 9 4 8]
A =
     2     4     3
     9     1     5
     9     4     8
```

Ako prvú funkciu, ktorá môže mať na vstupe maticu, si ukážme `sum`. Táto funkcia vracia súčet prvkov matice v stĺpcoch. Výstupom je teda vektor. Prvý prvok bude výsledkom súčtu $2+9+9$, druhý $4+1+4$ a posledný $3+5+8$.

```
>> sum(A)
ans =
    20     9    16
```

Ak by sme potrebovali získať súčet v riadkoch, tak postačuje vstupnú maticu transponovať (symbol apostrof). Oveľa častejšie ale potrebujeme súčet všetkých prvkov v matici. V taktomto prípade môžeme opäť využiť funkciu `sum`. Táto funkcia dokáže samozrejme sčítať aj prvky vektora. No a práve vektor dáva ako výstup funkcia `sum` pri sčítaní matice. Preto ak chceme vedieť súčet všetkých prvkov v matici, použijeme dvakrát funkciu `sum`.

```
>> sum(sum(A))
ans =
```

45

Často využívanou funkciou v lineárnej algebre je výpočet determinantu matice (matica musí byť štvorcová). **Determinant** vypovedá o základných vlastnostiach matice a s úspechom sa dá využiť pri výpočte sústavy lineárnych rovníc. V Matlabe sa výpočet determinantu robí pomocou funkcie `det`.

```
>> det(A)
ans =
    -51
```

Ďalšou unárnou operáciou (funkcia s jedným operandom) je inverzia matice. V matlabe je výpočet možný dvoma spôsobmi (sú ekvivalentné). Prvý je pomocou príkazu `inv` a druhý umocnením matice na `-1`. Táto funkcia je opätovne definovaná iba pre štvorcové matice (pre neštvorcové sa dá použiť tzv. pseudoinverzia - `pinv`).

```
>> inv(A)
ans =
    0.2353    0.3922   -0.3333
    0.5294    0.2157   -0.3333
   -0.5294   -0.5490    0.6667
```

```
>> A^(-1)
ans =
    0.2353    0.3922   -0.3333
    0.5294    0.2157   -0.3333
   -0.5294   -0.5490    0.6667
```

Skúškou správneho výpočtu môže byť násobenie matice jej inverziou. Výsledkom by mala byť jednotková matica.

```
>> A*inv(A)
ans =
    1.0000    0         0
    0         1.0000   -0.0000
    0         0         1.0000
```

Opustíme teraz pole unárnych funkcií a pozrime sa na binárne funkcie ako sčítanie, alebo násobenie matíc. Keďže do binárnej operácie vyžadujú dva operandy, definujme si druhú maticu.

```
>> B=[4 1 0; 2 5 3;1 6 3]
B =
    4 1 0
    2 5 3
    1 6 3
```

Základné aritmetické operácie sú sčítanie a odčítanie (symboly `+` a `-`).

```
>> A+B
ans =
     6     5     3
    11     6     8
    10    10    11
```

Maticu však môžeme sčítať aj so skalárom. V tomto prípade sa ku každému prvku matice pripočíta skalár.

```
>> A+2
ans =
     4     6     5
    11     3     7
    11     6    10
```

Pokročilejšou funkciou je **násobenie** matíc. V Matlabe sú dva prístupy k násobeniu. Jeden je klasický (známy z lineárnej algebry v zmysle definície), alebo násobenie po prvkoch. Klasické násobenie sa realizuje symbolom `*`.

```
>> A*B
ans =
    19    40    21
    43    44    18
    52    77    36
```

V násobení po prvkoch dochádza k vzájomnému vynásobeniu prvkov na rovnakých miestach v maticiach vstupujúcich do násobenia. V Matlabe sa tento úkon realizuje pridaním bodky pre príslušný operátor. (operátor bodka vždy mení význam nasledujúceho operátora tak, aby bol aplikovaný po prvkoch).

```
>> A.*B
ans =
     8     4     0
    18     5    15
     9    24    24
```

Špecialitou Matlabu je možnosť matice aj deliť. V podstate sa nejedná o nič iné ako o násobenie inverznou maticou. Je definované ako delenie zľava (A/B), tak aj delenie sprava. Význam týchto operácií je uvedený v tabuľke.

Delenie zľava	A/B	$A \cdot B^{-1}$
Delenie sprava	$A \setminus B$	$A^{-1} \cdot B$

O ekvivalentnosti zápisov sa môžeme ľahko presvedčiť.

```
>> A/B
ans =
```

```

-0.2000    1.8000   -0.8000
-0.3333    8.6667   -7.0000
-1.1333   10.8667   -8.2000

```

```
>> A*inv(B)
```

```
ans =
```

```

-0.2000    1.8000   -0.8000
-0.3333    8.6667   -7.0000
-1.1333   10.8667   -8.2000

```

Práve tento zápis sa dá efektívne uplatniť pri riešení sústavy lineárnych rovníc.

V Matlabe môžeme dokonca matice umocňovať. Jedná sa vlastne o ekvivalent násobenia matice sama sebou. Preto umocnenie matice na druhú, je vlastne (matica) * (matica).

```
>> A^2
```

```
ans =
```

```

 67  24  50
 72  57  72
126  72 111

```

```
>> A*A
```

```
ans =
```

```

 67  24  50
 72  57  72
126  72 111

```

No a nesmieme zabudnúť ani na umocnenie po prvkoch (opäť použijeme operátor bodka)

```
>> A.^2
```

```
ans =
```

```

 4  16  9
81  1 25
81 16 64

```

Matice môžeme využívať aj v pri operáciách porovnania. Veľmi jednoducho vieme napr. zistiť koľko prvkov v matici je väčších ako zvolená hodnota. Potrebujeme vedieť koľko prvkov je väčších ako 5 v matici A a kde sa nachádzajú. Príkazom porovnania zistíme súradnice prvkov, kde je podmienka splnená.

```
>> C=A>5
```

```
C =
```

```

0 0 0
1 0 0
1 0 1

```

No a ak potrebujeme vedieť ich počet, tak len spočítame jednotky v matici C.

```
>> sum(sum(C))  
ans =  
     3
```

Takže vieme povedať, že v matici A sú 3 prvky väčšie ako 5.

Dnešná časť seriálu si kládla za cieľ oboznámiť čitateľa s matematickými operáciami, ktoré spracúvajú matice. Podrobnejšie informácie o použitých funkciách sa dajú nájsť v manuále k Matlabu, alebo v elektronickom helpe. V ďalšej časti sa sústredíme na výpočet sústavy lineárnych rovníc. V Matlabe je niekoľko možných postupov, ktoré si predstavíme.
