

Rezonančné LC-troj póly ako impedančné transformátory

Milly Miron · Elektrotechnika

14.12.2012



V príspevku sú analyzované transformačné vlastnosti paralelného rezonančného obvodu v stave rezonancie. Jedná sa o analýzu trojpólového riešenia paralelného rezonančného obvodu s rozdelenou jednou z jeho dvoch vetiev. Jedná sa o dva typy paralelných rezonančných obvodov: paralelný rezonančný obvod LC s rozdelenou

kapacitou a paralelný rezonančný obvod LC s rozdelenou indukčnosťou bez vzájomnej magnetickej väzby.

1. Teoretický úvod

Jednoduchý sériový alebo paralelný rezonančný dvojpól LC je tvorený indukčnosťou L cievky (induktora) a kapacitou C kondenzátora (kapacitora) v sériovom alebo paralelnom zapojení. Privedením vonkajšieho harmonického elektrického napätia alebo prúdu o uhlovej frekvencii $\omega_r = 1/LC$ na rezonančný dvojpól v príslušnom zapojení, dochádza v obvode k elektrickej rezonancii, ktorá sa pri rezonančnej frekvencii f_r a v jej blízkom okolí prejavuje prudkým nárastom prúdu, tečúceho vnútorným okruhom rezonančného dvojpólu.

2. Rezonančný obvod ako impedančný transformátor

Ako je známe, impedancia jednoduchého paralelného rezonančného dvojpólu, pozostávajúceho z neideálnej cievky o indukčnosti L a neideálneho kondenzátora o kapacite C , má pri rezonančnej frekvencii $f = f_r$ charakter činného odporu o konečnej veľkosti, a to v dvoch možných vyjadreniach R_{LCs} alebo R_{LCp} , pričom jeho veľkosť do značnej miery závisí od veľkosti činných strát v cievke, v kondenzátore, ale aj vo feromagnetickom jadre cievky. Celkový sériový stratový odpor R_{Ls} bezjadrovej (vzduchovej, samonosnej) cievky závisí hlavne od veľkosti odporu elektrického vinutia R_L cievky. Straty v kondenzátore sú dvojakého charakteru: stacionárneho a vysokofrekvenčného.

Podstatná časť strát je zapríčinená zvodovým odporom R_c dielektrika medzi oboma pólmi kondenzátora, zvyšok strát je zapríčinený vysokofrekvenčnými stratami v dielektriku. Celkový stratový odpor kondenzátora sa však zvyčajne vyjadruje ekvivalentným (prepočítaným) náhradným sériovým stratovým odporom R_{Cs} , zapojeným do série s kapacitou C kondenzátora. Potom celkové straty v uzavretom reálnom rezonančnom obvode LC sú vyjadrené činným výkonom rozptýleným na celkovom sériovom stratovom odpore R_{LCs} uzavretého rezonančného obvodu LC

Veľkosť tohto stratového odporu je daná súčtom celkového sériového stratového odporu R_{Ls} cievky a celkového sériového stratového odporu R_{Cs} kondenzátora, čiže $R_{LCs} = R_{Ls} + R_{Cs}$. U bezjadrovej cievky a u cievky s ideálnym (bezstratovým) magnetickým jadrom sa hodnota odporu R_{Ls} rovná odporu R_L vinutia cievky. Straty v kondenzátore sú v skutočnosti stratami v dielektriku. Celkový sériový stratový odpor R_{Cs} kondenzátora býva oveľa menší, než sériový stratový odpor R_{Ls} cievky a preto u vysokoakostných rezonančných obvodov LC sa celkový sériový stratový odpor $R_{LCs} = R_{Ls} + R_{Cs}$ schematicky zakresľuje len do jednej z dvoch vetiev paralelného LC dvojpólu, teda do série s indukčnosťou L cievky,

kde: L_p je ekvivalentná indukčnosť náhradného paralelného rezonančného LC dvojpólu, C_p je ekvivalentná kapacita náhradného paralelného rezonančného LC dvojpólu, R_{Ls} je sériový stratový odpor vinutia cievky (induktora) o indukčnosti L , R_{Lp} je ekvivalentný paralelný stratový odpor cievky (induktora) o indukčnosti L , R_{Cp} je paralelný zvodový stratový odpor kondenzátora (kapacitora) o kapacite C , R_{Cs} je ekvivalentný sériový stratový odpor kondenzátora (kapacitora) o kapacite C , R_{LCs} je ekvivalentný sériový stratový odpor náhradného paralelného LC dvojpólu, v stave rezonancie (nazývaný tiež sériový rezonančný odpor LC dvojpólu), R_{Lcp} je ekvivalentný paralelný stratový odpor náhradného paralelného LC dvojpólu, v stave rezonancie (nazývaný tiež paralelný rezonančný odpor LC dvojpólu).

Podmienkou rezonancie v uzavretom rezonančnom obvode je, aby: $|X_L| = |X_C|$, odkiaľ vyplýva:

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \quad (1)$$

Potom pre vyjadrenie činiteľa akosti Q_r rezonančného obvodu LC platia vzťahy [1], [3], [4]:

$$Q_r = \frac{\omega_r L}{R_{LCs}} = \frac{1}{\omega_r C R_{LCs}} \text{ alebo } Q_r = \omega_r C R_{Lcp} = \frac{R_{Lcp}}{\omega_r L} \quad (2)$$

pričom: $1/R_{Lcp} = 1/R_{Lp} + 1/R_{Cp}$

Celkový činiteľ akosti Q_r rezonančného obvodu LC je v prevažnej miere určený činiteľom akosti Q_L cievky. U kvalitne zhotovených cievok býva činiteľ akosti $Q_L = \omega_r L / R_L > 100$.

Ak činiteľ akosti paralelného rezonančného obvodu dosahuje hodnoty $Q_r > 10$ a ekvivalentná hodnota sériového náhradného stratového odporu R_{Cs} kondenzátora (kapacitora) o kapacite C je oveľa menšia, než hodnota R_{Ls} sériového stratového odporu vinutia cievky (induktora) o vlastnej indukčnosti L , (teda: $R_{Cs} \ll R_{Ls}$), potom pre ekvivalentné (prepočítané) hodnoty náhradných parametrov L_p a C_p uzavretého náhradného paralelného rezonančného obvodu s dostatočnou presnosťou platí: $L_p = L$, $C_p = C$. Vzájomným porovnaním všetkých štyroch vyjadrení činiteľa akosti Q_r dostaneme dvojicu rovníc, ktorej riešením dospejeme k zaujímavým výsledkom [2]:

$$\omega_r C R_{Lcp} = \frac{1}{\omega_r C R_{LCs}} = \frac{\omega_r L}{R_{LCs}}$$

odkiaľ:

$$R_{LCs}R_{LCp} = (\omega_r L)^2 = (1/\omega_r C)^2$$

a po úprave:

$$R_{LCp} = Q_r^2 \cdot R_{LCs} \text{ alebo } R_{LCp} = L/CR_{LCs}$$

odkiaľ:

$$Q_r^2 = L/CR_{LCs}^2 \quad (3)$$

Získali sme tak veľmi užitočné a univerzálne výpočtové vzorce, pomocou ktorých možno jednoduchým spôsobom, bez zložitých výpočtov a pomerne presne určiť jednak hodnotu činiteľa akosti Q_r uzavretého náhradného sériového rezonančného obvodu typu L_{CRs} v stave rezonancie, ako aj ekvivalentnú hodnotu stratového odporu R_{LCp} uzavretého náhradného paralelného rezonančného obvodu typu L_{CRp} , a to len na základe známych hodnôt spoločného ekvivalentného sériového stratového odporu R_{LCs} (induktora, kapacitora, a ostatných - zvonku pripojených - elektronických prvkov rezistančného charakteru.

Pritom celkový sériový stratový odpor R_{LCs} v sebe zahŕňa jednak vnútorné činné straty samotných elektronických súčiastok rezonančného okruhu (pasívne prvky typu R, L, C a magnetického jadra), ale rovnako aj činné straty všetkých ostatných pasívnych a aktívnych elektronických prvkov, ktoré sú k danému rezonančnému obvodu nejakým spôsobom pripojené. A to buď priamo (galvanicky), napríklad prostredníctvom rezistora, alebo kapacitne (dielektricky) prostredníctvom kapacitora, alebo nepriamo (napr. magneticky) prostredníctvom prídavného vinutia cievky v úlohe vzájomnej indukčnosti, prípadne pomocou spoločného zasúvateľného magnetického jadra vo vnútri dvoch vzájomne viazaných rezonančných LC obvodov.

3. Jednoduché rezonančné obvody typu LC

Okrem jednoduchého sériového a paralelného rezonančného dvojpólu typu LC sa častejšie používajú rezonančné LC obvody s rozdelenou kapacitou kondenzátora (2 kondenzátory zapojené v sérii), s rozdelenou indukčnosťou cievky (2 cievky zapojené v sérii), prípadne z jednej cievky, ktorá má na svojom vinutí vyvedené odbočky (napr. 1 cievka s 1 odbočkou) a s cievkou, ktorá má na spoločnom magnetickom jadre prídavné, galvanicky oddelené väzbové vinutie L_v (2 cievky na spoločnom magnetickom jadre). Uvedené usporiadania cievok a kondenzátorov v sériovom alebo paralelnom rezonančnom obvode sa používajú hlavne u oscilátorov typu LC. Zapojením takéhoto rezonančného trojpólu do obvodu s aktívnym prvkom sa do rezonančného obvodu vnášajú ďalšie činné straty, čím sa výsledná hodnota činiteľa akosti takejto rezonančnej sústavy ešte viac znižuje.

Preto sa pomer hodnôt indukčností L_1 a L_2 , ako aj kapacít C_1 a C_2 volí tak, aby hodnota pomeru indukčností L_1/L_2 , alebo kapacít C_2/C_1 , bola aspoň 3. V takomto prípade (ako to uvidíme vo 4. a 5. kapitole) sa činné (rezistančné) zložky pripojených vonkajších elektronických prvkov pretransformujú vzhľadom na hlavnú dvojicu pólov paralelného rezonančného obvodu, teda paralelne k rezonančnému odporu R_{LCp} . Pri rezonančnej frekvencii f_r a v blízkosti nej sa potom analýza takejto rezonančnej sústavy dá

podstatne zjednodušiť. Navyše na vlastnosti rezonančného obvodu majú vplyv aj reaktančné zložky prvkov, ku ktorým je rezonančný obvod pripojený.

Tieto impedancie možno vhodným spôsobom pretransformovať vzhľadom na hlavnú dvojicu pólov paralelného rezonančného obvodu, a takýmto spôsobom ich zahrnúť do celkovej transformovanej impedancie $\hat{Z}^T$ paralelného rezonančného obvodu. Takýto paralelný rezonančný obvod s vyvedenými prídavnými pólmi, ktorými je pripojený do obvodu s aktívnymi a pasívnymi prvkami (v našom prípade ide o paralelný rezonančný 3 pól) v skutočnosti predstavuje uzavretú rezonančnú sústavu so zahrnutými vplyvmi vonkajších elektronických prvkov a v stave rezonancie ($f=f_r$) ho takýmto spôsobom možno využiť ako impedančný transformátor.

4. Rezonančný obvod LC s rozdelenou kapacitou

Pre ilustráciu analyzujeme pomery na príklade paralelného rezonančného LC trojpólu s vyvedeným prídavným pólom v mieste rozdelenej kapacity (obr. 1).

Obr.1 Zapojenie paralelného rezonančného LC trojpólu s rozdelenou kapacitou C

Pre nezaťažný paralelný rezonančný LC trojpól s rozdelenou kapacitou C zavedme transformačné (deliace) pomery:

$$p_{20} = \frac{U}{U_{20}} = \frac{1/j\omega C}{1/j\omega C_2} = \frac{C_2}{C} = \frac{C_1+C_2}{C_1} = 1 + \frac{C_2}{C_1}$$

pričom

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Potom hodnotu činného odporu záťaže (rezistora R_z ktorý je pripojený k vyznačenej bráne rezonančného obvodu) možno pri rezonančnej frekvencii f_r prepočítať vzhľadom na hlavnú dvojicu pólov paralelného rezonančného LC trojpólu a nahradiť ju transformovanou hodnotou R_T podľa vzťahu v [1]:

$$R_T = p_{20}^2 R_Z \quad (4)$$

Ak by sme napríklad zvolili pomer $C_2/C_1=2$, teda $p_{20} = 1 + 2 = 3$, potom by $p_{20}^2=9$, čo by znamenalo, že odpor R_z sa na vstupnú bránu pretransformuje až na hodnotu $R_T = 9 \cdot R_z$.

5. Rezonančný obvod LC s rozdelenou indukčnosťou (bez magnetickej väzby)

Obr.2 Zapojenie paralelného rezonančného LC trojpólu s rozdelenou indukčnosťou L

Podobným spôsobom možno vyjadriť deliace pomery aj pre nezaťažný paralelný rezonančný LC trojpól s vyvedeným prídavným pólom v mieste rozdelenej indukčnosti L bez magnetickej väzby (obr. 2):

$$p_{20} = \frac{U}{U_{20}} = \frac{j\omega L}{j\omega L_2} = \frac{L}{L_2} = \frac{L_1+L_2}{L_2} = 1 + \frac{L_1}{L_2}$$

pričom

$$L = L_1 + L_2, \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Potom pre transformovanú hodnotu RT odporu záťaže R_Z vzhľadom na hlavnú dvojicu pólov rezonančného LC trojpólu pri rezonančnej frekvencii f_r platí podľa [1] podobne:

$$R_T = p_{20}^2 R_Z \quad (5)$$

Preto ak zvolíme pomer $L_1/L_2=2$, teda $p_{20} = 1 + 2 = 3$, potom $p_{20}^2 = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$.

6. Záver

Z analýzy pomerov jednotlivých typov rezonančných obvodov vyplýva, že u rezonančných obvodov s rozdelenou kapacitou a rozdelenou indukčnosťou hodnota činného zaťažovacieho odporu R_Z nemá vplyv na zmenu rezonančnej frekvencie f_r , ale len na celkovú hodnotu odporu R_T , prepočítanú vzhľadom na hlavnú dvojicu pólov paralelného rezonančného obvodu.

7. Zoznam bibliografických odkazov:

1. ČAJKA, J.: Výpočet základných vysokofrekvenčných obvodů. Praha, SNTL 1956.
2. EICHLER, J. - ŽALUD, V.: Selektivní radioelektronická zařízení. Praha, SNTL 1983.
3. GVOZDIK, L.: Základy elektrotechniky prenosu a spracovania správ. Bratislava, ALFA
4. TRNKA, Z.: Teoretická elektrotechnika. Praha, SNTL - ALFA 1972.

Katedra F-M-T, FHPV-PU, Prešov
